E.N.S.I. P 1976

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

DURÉE : 2 heures

N.B. — α. *Il est vivement recommandé aux candidats d'apporter le plus grand soin à la présentation des calculs et des résultats, ainsi qu'à l'exécution des graphiques.*

β. *Les questions* 4° *et* 5° *sont indépendantes.*

γ. *Au* 5°, *le calcul exact de l'aire* A *est possible; il n'est pas demandé.*

On considère les deux fonctions x et y de la variable réelle t définies par les formules suivantes :

$$\begin{cases} x = \dfrac{(t-2)^2\,(t-9)}{(t+6)^2} \\ y = \dfrac{(t-2)}{4} + \operatorname{Log}\dfrac{t+2}{2t} \end{cases}$$

(Log désigne le logarithme népérien).

Ces formules constituent une représentation paramétrique d'une courbe plane (C).

1° Étudier les variations de x et de y en fonction de t. Dresser un tableau indiquant le sens de ces variations. Préciser les asymptotes de (C), ainsi que la position de (C) par rapport à ces asymptotes.

2° Établir pour x et pour y des développements limités d'ordre 3 au voisinage de $t = 2$ en prenant pour infiniment petit principal $h = t - 2$. Préciser la tangente à (C) au point $(x = 0\,,\, y = 0)$ ainsi que la position de (C) par rapport à cette tangente au voisinage de ce point.

3° Construire (C) dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (on pourra au besoin ne pas respecter trop scrupuleusement l'échelle, afin d'obtenir un graphique plus nettement lisible).

4° Former une équation donnant les paramètres t des points d'inflexion de (C). La résolution de cette équation se ramène à l'annulation d'un polynôme; par de simples substitutions, on montrera que ce polynôme a toutes ses racines réelles; on indiquera des valeurs approchées à une unité près de ces racines. En déduire le nombre des points d'inflexion de (C).

5° *a.* Calculer, avec deux décimales, des valeurs numériques approchées de x et de y lorsque t prend chacune des huit valeurs suivantes :

$$2\,,\ 3\,,\ 4\,,\ 5\,,\ 6\,,\ 7\,,\ 8\,,\ 9$$

b. Évaluer l'aire A de la partie de plan comprise entre l'axe des y et l'arc de (C) obtenu pour $t \in [2\,,\,9]$. Pour cela on utilisera la méthode des trapèzes (bases parallèles à l'axe des x) en donnant à t les valeurs entières de 2 à 9 et en utilisant les valeurs numériques calculées au a. (on remarquera que les trapèzes ainsi obtenus n'ont pas la même hauteur).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail